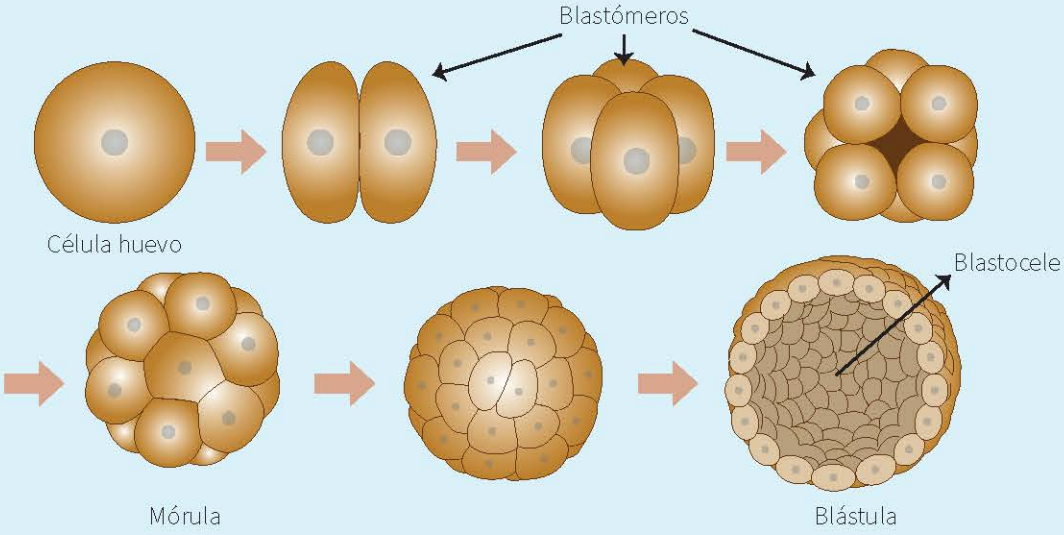
Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre magnitudes y las transformamos en expresiones algebraicas o gráficas que incluyen la regla de formación de una progresión geométrica. Además, planteamos afirmaciones sobre la relación entre la posición de un término y su regla de formación, las diferencias entre crecimientos aritméticos y geométricos y otras relaciones de cambio; también justificamos y comprobamos la validez de nuestras afirmaciones.

Situación significativa A

En la fecundación de los seres vivos, al producirse la unión del óvulo y el espermatozoide, se forma un cigote o huevo con 23 pares de cromosomas, los cuales llevan la información genética del padre y la madre. En un corto tiempo, esta célula se divide por bipartición en dos, cuatro, ocho, dieciséis, etc., células que llevan la misma información genética. Este nuevo ser recibe diversos nombres, como mórula, blástula, gástrula y embrión, sucesivamente.



Adaptado de *https://goo.gl/nWYtD6*

A partir de lo descrito, se puede formar una progresión geométrica con el número de células. PG: 1; 2; 4; 8; … ; a_n

Calcula el número de células que contiene la blástula al cabo de la decimosegunda división.

Resolución

- Se sabe que después de la decimosegunda división se encuentra el término a_{13}
- Por fórmula:

$$a_{13} = (1) \cdot (2)^{13-1}$$

$$a_{13} = (2)^{12} \rightarrow a_{13} = 4096$$

Respuesta: La blástula, después de la decimosegunda división, tendrá 4096 células con la misma información genética en sus cromosomas.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación significativa?

2. ¿Qué fórmula se utilizó para resolver la situación significativa?

3. ¿Cómo se puede comprobar dicho resultado?

4. El cociente de dividir $\frac{a_2}{a_1}$, ¿es la razón en dicha progresión? Verifica con los demás términos.

5. ¿Cuántas células se tendrá en la vigesimoprimera división? Justifica tu respuesta.

Situación significativa B

Rubén firma un contrato como vendedor de motos. En este documento, se contempla pagarle una comisión por la venta de la primera moto y luego duplicarle la comisión anterior por cada moto adicional que venda. Si vende 9 motos y recibe 12 775 soles de comisión total, ¿cuánto le pagaron de comisión por la cuarta moto que vendió?

Resolución

- Comisión por la primera venta: x
- Comisión por la segunda venta: $2 \cdot x = 2x$
- Comisión por la tercera venta: $2 \cdot (2x) = (2)^2x$
- Comisión por la cuarta venta: $2 \cdot ((2)^2x) = (2)^3x$
- Se tiene la PG: $x; 2x; (2)^2x; (2)^3x; \ldots$

Entonces el término general es:

$$a_n = (2)^{(n-1)} \cdot x$$

Para calcular cuánto le pagaron de comisión por la cuarta moto, se necesita hallar el monto que recibió por la primera moto vendida.

Aplicamos la fórmula de la suma de términos:

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_9 = \frac{a_1(2^9 - 1)}{2 - 1}$$

$$12\,775 = \frac{a_1(512 - 1)}{1}$$

$$12\,775 = a_1(511) \rightarrow a_1 = x = S/25$$

Aplicamos la fórmula: $a_n = a_1(r)^{(n-1)}$

$$a_4 = 25 \cdot (2^{4-1}) = 200$$

Respuesta: Por la cuarta moto vendida, Rubén recibió una comisión de 200 soles.

1. ¿Existe alguna relación geométrica entre cada uno de los elementos de la progresión? Explica.

2. ¿Qué fórmula se utilizó para resolver la situación significativa?

3. ¿Cómo se puede comprobar dicho resultado?

Situación significativa C

Un prestamista acuerda con su cliente que por cada día de retraso en el pago de su cuota se triplicará solo el interés del día anterior. El cliente obtiene un préstamo de S/2400 para pagar, en 12 meses, cuotas de S/215 (doscientos soles de capital y quince soles de interés). Si el cliente tuvo un problema y se retrasó cuatro días en el pago del cuarto mes, ¿cuánto pagará el cuarto mes sabiendo que el interés se acumula al capital?

Aprendemos a partir del error

Resolución

- El primer día, el cliente debe pagar S/200 de capital y S/15 de interés por el préstamo.
- Si se retrasa un día, se triplica solo el interés. Es decir, paga S/200 de capital y S/45 de interés.
- Si se retrasa dos días, se triplica solo el interés del día anterior. Es decir, paga S/200 de capital y S/135 de interés. Y así sucesivamente.
- Se escribe la progresión geométrica con los intereses para encontrar el patrón numérico:

$$15;\ 45;\ 135;\ \ldots$$

- Se calcula la suma de los 4 primeros términos:

$$S_4 = \frac{(15)(3^4 - 1)}{3 - 1}$$

$$S_4 = \frac{(15)(81 - 1)}{2}$$

$$S_4 = \frac{(15)(40)}{1} \rightarrow S_4 = 600$$

Por lo tanto, el interés es de S/600.

Respuesta: El cuarto mes, el cliente pagará S/800 que corresponde al capital más el interés.

1. ¿Desde qué día se considera pago atrasado?, ¿desde el día de pago o después del día de pago?

2. Si deben transcurrir 4 días de retraso en el pago, ¿entonces la progresión tendrá 4 o 5 términos?

3. ¿Qué cambiarías en la resolución de la situación significativa?

4. ¿Cuál sería la respuesta adecuada para la situación significativa?